Российская Академия наук
Сибирское отделение

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
И Н С Т И Т У Т   М А Т Е М А Т И К И   им. С. Л. С О Б О Л Е В А

О М С К И Й   Ф И Л И А Л

УТВЕРЖДАЮ:
Директор д.ф-м.н., профессор
______________В.А. Топчий
«16» ___12___________2013 г.

ОТЧЕТ
РЕЗУЛЬТАТЫ НАУЧНО-ОРГАНИЗАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Утвержден Ученым Советом 16.12.2013

Омск - 2013

РЕФЕРАТ

Отчет содержит 31 стр. текста и 142 названия публикаций. В отчете представлены результаты фундаментальных и прикладных исследований и разработок, проведенных в 2013 г. Омским филиалом Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН. Дана краткая информация о научно-организационной деятельности в СО РАН, в рамках международных контактов.

Ключевые слова: алгебра, теория вероятностей, математическое моделирование, начально-краевые задачи гидродинамики, методы оптимизации, информационные модели.

Директор д.ф.-м.н., профессор Валентин Алексеевич Топчий

т. (3812) 236567, admin@ofim.oscsbras.ru

Ученый секретарь Валентина Александровна Планкова

т. (3812) 972252, plankova@ofim.oscsbras.ru

http://ofim.oscsbras.ru

ОГЛАВЛЕНИЕ

I. ВВЕДЕНИЕ

Структурные подразделения

- Лаборатория комбинаторных и вычислительных методов алгебры и логики
- Лаборатория теоретико-вероятностных методов
- Лаборатория математического моделирования в механике
- Лаборатория методов преобразования и представления информации
- Лаборатория дискретной оптимизации
- Информационно-вычислительный центр

Основные задания к плану научно-исследовательских работ Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской Академии наук

НИР ОФ ИМ СО РАН: ПСО № 418 от 30.11.2012 г. I.1.1.3. Теоретико-модельные и алгебро-геометрические свойства алгебраических систем, № гос. регистрации 01201352756, 2013-2016 гг., рук. – Ремесленников В.Н., Даниярова Э.Ю., Лопатин А.А., Берестовский В.Н., Носков Г.А., Рыбалов А.Н., Гичев В.М., Зубарева И.А., Шевляков А.Н., Мищенко А.А., Трейер А.В., Котов М.В.

НИР ОФ ИМ СО РАН: ПСО № 418 от 30.11.2012 г. I.1.3.2. Развитие методов исследования стохастических моделей, ориентированных на популяционные и биомедицинские приложения, № гос. регистрации 01201352758, 2013-2016 гг., рук. – Топчий В.А., исп. – Перцев Н.В., Клоков С.А., Гольтяпин В.В., Пичугин Б.Ю., Зачатейский Д.Е., Планкова В.А., Леоненко В.Н.

НИР ОФ ИМ СО РАН: ПСО № 418 от 30.11.2012 г. I.5.1.5. Исследование и решение задач комбинаторной оптимизации с использованием целочисленного программирования, № гос. регистрации 01201352757, 2013-2016 гг., рук. – Колоколов А.А., исп. – Адельшин А.В., Еремеев А.В., Забудский Г.Г., Заозерская Л.А., Леванова Т.В., Сервах В.В.

НИР ИМ СО РАН: ПСО № 418 от 30.11.2012 г. I.1.5.2. "Методы сплайн-функций и математическое моделирование в механике сплошной среды, физике полупроводников и биологии", 2013-2016 гг., рук. – Блохин А.М., отв. исп. – Задорин А.И., исп.– Горелов Д.Н., Паничкин А.В., Зобнин А.И., Харина О.В.

НИР ИМ СО РАН: ПСО № 418 от 30.11.2012 г. I.5.1.3. "Математические методы распознавания образов и прогнозирования", 2013-2016 гг., рук. – Загоруйко Н.Г., отв. исп. – Зыкин С.В., исп. – Филимонов В.А., Чуканов С.Н., Чанышев О.Г., Пуртов А.М., Маренко В.А., Нартов Б.К., Полуянов А.Н.

II. ИТОГИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2.1. Важнейшие научные результаты

ПЕРВЫЙ РЕЗУЛЬТАТ

Авторы: зав. лабораторией д.ф.-м.н. Задорин А.И., аспирант Задорин Н.А.

Разработаны аналоги формул Ньютона-Котеса для интегрирования функций одной и двух переменных с быстро растущими погранслойными составляющими.

Предложен способ построения квадратурных формул для функций с большими градиентами. Способ основан на аддитивном выделении с точностью до множителя составляющей, задающей погранслойный рост интегрируемой функции и построении квадратурной формулы, точной на выделенной погранслойной составляющей. Интегрируемая функция представима в виде суммы регулярной составляющей с ограниченными производными до некоторого порядка и известной с точностью до множителя погранслойной составляющей, рассматриваемой как функция общего вида. Такое представление справедливо для решения сингулярно возмущенной краевой задачи. Для построения квадратурных формул используется разработанная авторами формула интерполяции, точная на заданной погранслойной составляющей, с произвольным числом узлов интерполяции. Построены и обоснованы квадратурные формулы с 2-5 узлами. Доказано, что построенные формулы имеют погрешность порядка $O(h^{n-1})$, равномерно по погранслойной составляющей и ее производным, где n – число узлов формулы. Формулы Ньютона-Котеса для таких функций обладают только первым порядком точности. Предложенный подход применен к построению аналога кубатурной формулы Симпсона для функции двух переменных с погранслойными составляющими по каждой переменной.

Публикации.

1. Задорин А.И., Задорин Н.А. Квадратурные формулы для функций с погранслойной составляющей // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2011, т. 51, № 11 с. 1952-1962.
2. Zadorin A.I., Zadorin N.A. Interpolation formula for functions with a boundary layer component and its application to derivatives calculation // Сибирские электронные математические известия, 2012, т. 9, с. 445-455.
3. Задорин А.И., Задорин Н.А. Аналог формулы Ньютона-Котеса с четырьмя узлами для функции с погранслойной составляющей // Сибирский журнал вычислительной математики, 2013, т. 16, № 4, с. 313-323.
4. Zadorin A., Zadorin N. Quadrature Formula with Five Nodes for Functions with a Boundary Layer Component // Lecture Notes in Computer Science, 2013, v. 8236, pp. 540 – 546, Springer, Heidelberg.
5. Задорин А.И. Кубатурные формулы для функции двух переменных с погранслойными составляющими // Журнал вычислительной математики и математической физики 2013, т. 53, № 12, с. 51-61.

2.2. Научная работа лабораторий

Лаборатория комбинаторных и вычислительных методов алгебры и логики
(заведующий – д.ф.-м.н. Ремесленников В.Н.)

Определена размерность алгебраического множества над произвольной алгебраической системой. Если, кроме того, система является нетеровой по уравнениям, то эта размерность имеет большинство известных свойств размерности Крулля для нетеровых коммутативных колец (Ремесленников В.Н., Даниярова Э.Ю.).

Сопоставим функции u интеграл от разности p-х степеней его положительной и отрицательных частей. При случайном равномерном выборе u из единичной сферы конечномерного G-инвариантного подпространства пространства $L^2(M)$ на однородном пространстве M компактной группы Ли G получается случайная величина, вариация которой характеризует асимметричность таких функций в среднем. Определена асимптотика ее дисперсии при неограниченном увеличении p, а для тригонометрических полиномов – при стремлении к бесконечности $\dim E$, а также получены оценки сверху и снизу в некоторых специальных случаях (Гичев В.М.).

Полугрупповое свойство дискретной группы, действующей собственно разрывно в остром конусе, равносильно тому, что она является линейной группой Кокстера. Полугрупповое свойство состоит в том, что семейство выпуклых оболочек орбит группы образует полугруппу по сложению множеств. Показано, что асимптотический конус к орбите один и тот же для всех орбит и найдено явное выражение для него (Гичев В.М., Зубарева И.А.).

Доказана теорема редукции для топологического порождающего ранга связной разрешимой группы Ли. Доказана формула для топологического порождающего ранга связной алгебраической разрешимой группы Ли (Носков Г.А.).

Получены некоторые верхние оценки на ступень нильпотентности конечно порожденной ассоциативной алгебры с тождеством $X^n=0$ над полями конечной характеристики. В частности, детально изучен случай $n=3$ (Лопатин А.А.).

Доказана гипотеза Берестовского, являющаяся обобщением задачи В.А.Топоногова; найдены правильные горизонты событий для инерциального наблюдателя в пространстве-времени де Ситтера первого рода размерности больше 1 (Берестовский В.Н., Зубарева И.А.).

Доказано, что проблема выполнимости булевых функций неразрешима за полиномиаль-ное время на любом строго генерическом полиномиальном множестве формул при условии $P \neq NP$ и $P=BPP$ (Рыбалов А.Н.).

Пусть G_Γ – частично коммутативная двуступенно нильпотентная R - группа, где R – биномиальное кольцо, а Γ – конечный простой граф. По произвольному графу T строится так называемая графовая формула φ. Ранее А.А. Мищенко и А.В. Трейер показали, что вопрос выполнимости графовой формулы на группе G_Γ играет центральную роль в решении проблемы универсальной эквивалентности для таких групп и предложили алгоритм ответа на вопрос выполняется ли формула φ на группе G_Γ. Предложенный алгоритм основан на построении графа, в котором поиск некоторого подграфа давал ответ на вопрос выше. Помимо "графового" подхода к решению вопроса о выполнимости графовых формул существует другой подход, основанный на построении эквивалентной системы уравнений над полем рациональных чисел, кольцом целых чисел или полем комплексных чисел. Заметим, что в случае произвольной системы уравнений над Z или Q нет критерия о разрешимости системы уравнений, но в случае системы уравнений над алгебраически замкнутым полем C мы можем воспользоваться техникой базисов Гребнера-Ширшова для ответа на вопрос о совместности системы. Такой подход дает нам еще одно доказательства алгоритмизуемости решения проблемы универсальной эквивалентности для частично коммутативных нильпотентных групп и дает нам критерий совместности для ряда систем уравнений над целыми и рациональными числами (Трейер Е.В., Мищенко А.А.).

Показано, что фактор-алгебра нётеровой по уравнениям алгебры по конгруэнции замкнутой в топологии Зарисского нётерова по уравнениям (Котов М.В.).

Лаборатория теоретико-вероятностных методов
(заведующий – д.ф.-м.н. Топчий В.А.)

Исследовано асимптотическое поведение приращений функций восстановления, порожденных распределениями, хвосты которых правильно меняются с показателем $-\beta\in(0,0.5]$. Изучен ряд асимптотических свойств критических ветвящихся процессов с одним типом короткоживущих и одним типом долгоживущих частиц с показателем $-\beta\in(0,1]$. Описана вероятность обнаружения частиц первого типа в далекий момент времени t для $-\beta\in(0,1/2]$. Описано асимптотическое поведение траекторий ветвящихся процессов Беллмана-Харриса с двумя типами частиц для $-\beta\in(0.5,1)$. Актуально для математической биологии и физики (Топчий В.А.).

Разработано семейство стохастических и детерминированных моделей динамики распространения социально значимых инфекционных заболеваний (туберкулез, Вич-инфекция), учитывающих неоднородность популяции. Исследованы решения детерминированных моделей в форме высоко-размерных систем нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. На основе φ-ветвящихся процессов построена и численно исследована динамика изолированной популяции, зависящей от количества пищевых ресурсов (Перцев Н.В., Пичугин Б.Ю., Леоненко В.Н., Логинов К.К.).

С помощью факторной и латентно-структурной моделей разработан метод диагностики артериальной гипертензии. Произведен расчет факторных значений и найдены соответствующие латентные группы для пациентов с артериальной гипертензией и условно здоровых индивидуумов. Предложен и разработан алгоритм построения диагностической шкалы дисплазии соединительной ткани (ДСТ) на базе совместного использования группового метода факторного анализа и элементарной латенто-структурной модели (Гольтяпин В.В.).

Методами компьютерного моделирования проведена оценка надёжности передачи информации по коротковолновым радиолиниям в различных гео- гелиофизических условиях для оптимальной маршрутизации в радиосети с изменяющимися во времени параметрами радиоканалов (Зачатейский Д.Е.).

Разработан способ формирования комплектов оптимальных структур для создания критериально-ориентированных тестов для автоматизированных систем контроля знаний (Заозерская Л.А., Планкова В.А.).

Лаборатория математического моделирования в механике
(заведующий – д.ф.-м.н. Задорин А.И.)

Разработка вычислительных алгоритмов для задач с пограничными слоями
(Задорин А.И., Паничкин А.В., Задорин Н.А., Тиховская С.В.).

Исследован двухсеточный метод решения сингулярно возмущенной краевой задачи для нелинейного конвективно-диффузионного уравнения второго порядка. Нелинейность уравнения связана с зависимостью правой части от решения. Используется схема направленных разностей на сетке Шишкина. Нелинейная разностная схема разрешается на основе методов Ньютона и Пикара. Показано, что предварительные итерации на вспомогательной более редкой сетке Шишкина с последующей интерполяцией на исходную сетку приводят к существенному уменьшению числа итераций на исходной сетке и к выигрышу в числе арифметических действий. При применении двухсеточного метода решение схемы известно на двух сетках, это используется для повышения точности разностной схемы на основе метода экстраполяции Ричардсона. Доказано, что метод Ричардсона дает наибольшую точность, если число интервалов исходной сетки вдвое больше числа интервалов вспомогательной сетки. Выигрыш в необходимом числе арифметических действий при этом наибольший.

Проведено исследование двухсеточного метода решения двумерного эллиптического уравнения с малым параметром при старших производных в прямоугольной области. Рассмотрены случаи когда уравнение не содержит конвективных слагаемых, содержит конвективный член по одной или двум переменным. Применялись разностные схемы на сетке Шишкина, сгущающейся в пограничных слоях. Исследован двухсеточный метод с применением итерационных методов Зейделя, верхней релаксации, переменных направлений. Численно показано, что применение метода экстраполяции Ричардсона приводит к повышению точности используемых разностных схем. Таким образом, на основе двухсеточного алгоритма можно не только сэкономить в необходимом количестве арифметических действий, но и повысить точность разностной схемы.

Проведено исследование квадратурных формул Эйлера и Грегори для интегрирования функций, имеющих большие градиенты в области пограничного слоя, на кусочно-равномерной сетке, сгущающейся в пограничном слое. Показано, что погрешность квадратурной формулы Эйлера обратно пропорциональна значению малого параметра при интегрировании функций, соответствующих решению сингулярно возмущенной краевой задачи. Доказано, что применение составной формулы Эйлера на кусочно-равномерной сетке, достаточно мелкой в пограничном слое, приводит к тому, что составные квадратурные формулы Эйлера и Грегори обладают четвертым порядком точности по числу узлов сетки, равномерно по малому параметру. Значение производной интегрируемой функции используется только в трех узлах. Проведены подтверждающие численные эксперименты.

Построены и обоснованы квадратурные формулы с четырьмя и пятью узлами для интегрирования функций одной переменной с погранслойной составляющей. Интегрируемая функция содержит быстро растущую погранслойную составляющую, рассматриваемую как функция общего вида. Такая функция, в частности, соответствует решению сингулярно возмущенной краевой задачи. Составные формулы Ньютона-Котеса случае такой функции обладают только первым порядком точности по шагу сетки. Квадратурные формулы построены так, чтобы они были точными на многочленах некоторой степени и на погранслойной составляющей. Доказано, что составная формула, основанная на формуле с четырьмя узлами, обладает третьим порядком точности по шагу сетки, а в случае пяти узлов – четвертым порядком точности, равномерно по погранслойной составляющей и ее производным.

Для функции двух переменных с погранслойной составляющей по каждой переменной построены аналоги кубатурных формул трапеций и Симпсона. Интегрируемая функция, в частности, соответствует решению эллиптической задачи с регулярными пограничными слоями. Проведено обоснование точности построенных кубатурных формул. Доказано, что построенная составная кубатурная формула, являющаяся аналогом кубатурной формулы Симпсона, обладает вторым порядком точности равномерно по погранслойным составляющим и их производным.

Разработан и реализован алгоритм расчета течения вязкой жидкости между вращающимися твердыми границами, допускающими деформацию от давления со стороны жидкости с применением к моделированию процесса рулонной офсетной печати. Для движения деформируемых границ получены и использованы аналитические решения при осредненном движении сжимаемой массы бумаги и резины в зависимости от их толщин и модулей Юнга. Проведено численное моделирование для трех типов бумаги с различными характеристиками по плотности, пористости, упругости, что дало качественное и количественное приближение к физическим процессам при офсетной печати.